Derivasjon av en kvotient

Nikolai Bjørnestøl Hansen

OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY
STORBYUNIVERSITETET

Foto: Ronny Østnes / OsloMet

Derivasjon av en kvotient

Brøkregelen

- Om vi vil derivere $\frac{x^2-2}{\sqrt{2x-1}}$ må vi skrive det om som $(x^2-2)\cdot\left(\sqrt{2x-1}\right)^{-1}$, og så frem med både produktregelen og kjerneregelen.

Brøkregelen

- Om vi vil derivere $\frac{x^2-2}{\sqrt{2x-1}}$ må vi skrive det om som $\left(x^2-2\right)\cdot\left(\sqrt{2x-1}\right)^{-1}$, og så frem med både produktregelen og kjerneregelen.
- Brøkregelen, eller kvotientregelen, gir oss en litt lettere metode.

Brøkregelen

- Om vi vil derivere $\frac{x^2-2}{\sqrt{2x-1}}$ må vi skrive det om som $(x^2-2)\cdot\left(\sqrt{2x-1}\right)^{-1}$, og så frem med både produktregelen og kjerneregelen.
- Brøkregelen, eller kvotientregelen, gir oss en litt lettere metode.

Regel

Om vi har funksjonene $u(x)$ og $v(x)$, får vi

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'\cdot v - u\cdot v'}{v^2}.$$

Brøkregelen

- Om vi vil derivere $\frac{x^2-2}{\sqrt{2x-1}}$ må vi skrive det om som $(x^2-2)\cdot\left(\sqrt{2x-1}\right)^{-1}$, og så frem med både produktregelen og kjerneregelen.
- Brøkregelen, eller kvotientregelen, gir oss en litt lettere metode.

Regel

Om vi har funksjonene $u(x)$ og $v(x)$, får vi

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'\cdot v - u\cdot v'}{v^2}.$$

- Her har rekkefølgen noe å si.

Brøkregelen

- Om vi vil derivere $\frac{x^2-2}{\sqrt{2x-1}}$ må vi skrive det om som $(x^2-2)\cdot\left(\sqrt{2x-1}\right)^{-1}$, og så frem med både produktregelen og kjerneregelen.
- Brøkregelen, eller kvotientregelen, gir oss en litt lettere metode.

Regel

Om vi har funksjonene $u(x)$ og $v(x)$, får vi

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'\cdot v - u\cdot v'}{v^2}.$$

- Her har rekkefølgen noe å si.
- Tenk «Produktregelen, men med minus. Og vi må dele på v^2.»

Derivasjon av en kvotient

Brøkregelen, eksempel

Oppgave

Deriver $f(x) = \frac{x^2-2}{2x+1}$.

Brøkregelen, eksempel

Oppgave

Deriver $f(x) = \frac{x^2-2}{2x+1}$.

- Vi setter $u(x) = x^2 - 2$ og $v(x) = 2x + 1$.

Brøkregelen, eksempel

Oppgave

Deriver $f(x) = \frac{x^2-2}{2x+1}$.

- Vi setter $u(x) = x^2 - 2$ og $v(x) = 2x + 1$.
- Vi får $u' = 2x$ og $v' = 2$.

Brøkregelen, eksempel

Oppgave

Deriver $f(x) = \frac{x^2-2}{2x+1}$.

- Vi setter $u(x) = x^2 - 2$ og $v(x) = 2x + 1$.
- Vi får $u' = 2x$ og $v' = 2$.
- Den deriverte blir da

$$f'(x) = \left(\frac{u}{v}\right)'$$

Brøkregelen, eksempel

Oppgave

Deriver $f(x) = \frac{x^2-2}{2x+1}$.

- Vi setter $u(x) = x^2 - 2$ og $v(x) = 2x + 1$.
- Vi får $u' = 2x$ og $v' = 2$.
- Den deriverte blir da

$$f'(x) = \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$$

Brøkregelen, eksempel

Oppgave

Deriver $f(x) = \frac{x^2-2}{2x+1}$.

- Vi setter $u(x) = x^2 - 2$ og $v(x) = 2x + 1$.
- Vi får $u' = 2x$ og $v' = 2$.
- Den deriverte blir da

$$f'(x) = \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$$

$$= \frac{2x \cdot (2x+1) - (x^2-2) \cdot 2}{(2x+1)^2}$$

Brøkregelen, eksempel

Oppgave

Deriver $f(x) = \frac{x^2-2}{2x+1}$.

- Vi setter $u(x) = x^2 - 2$ og $v(x) = 2x + 1$.
- Vi får $u' = 2x$ og $v' = 2$.
- Den deriverte blir da

$$
\begin{aligned}
f'(x) = \left(\frac{u}{v}\right)' &= \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2} \\
&= \frac{2x \cdot (2x+1) - (x^2-2) \cdot 2}{(2x+1)^2} \\
&= \frac{2x^2 + 2x + 4}{4x^2 + 4x + 1}
\end{aligned}
$$

Brøkregelen, eksempel II

Oppgave

Deriver $f(x) = \frac{2}{x^3+2x}$.

Brøkregelen, eksempel II

Oppgave

Deriver $f(x) = \frac{2}{x^3+2x}$.

- Denne kan vi skrive om til $2 \cdot (x^3 + 2x)^{-1}$ og bruke kjerneregelen på, men vi kan også bruke brøkregelen.

Brøkregelen, eksempel II

Oppgave

Deriver $f(x) = \frac{2}{x^3+2x}$.

- Denne kan vi skrive om til $2 \cdot (x^3 + 2x)^{-1}$ og bruke kjerneregelen på, men vi kan også bruke brøkregelen.
- Vi får $u = 2$, $u' = 0$, $v = x^3 + 2x$, og $v' = 3x^2 + 2$.

Brøkregelen, eksempel II

Oppgave

Deriver $f(x) = \frac{2}{x^3+2x}$.

- Denne kan vi skrive om til $2 \cdot (x^3 + 2x)^{-1}$ og bruke kjerneregelen på, men vi kan også bruke brøkregelen.
- Vi får $u = 2$, $u' = 0$, $v = x^3 + 2x$, og $v' = 3x^2 + 2$.
- Den deriverte blir

$$f'(x) = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2} = \frac{0 \cdot (x^3 + 2x) - 2(3x^2 + 2)}{(x^3 + 2x)^2}$$

$$= -\frac{2(3x^2 + 2)}{(x^3 + 2x)^2}$$

OSLOMET

OSLOMET

OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY

STORBYUNIVERSITETET