Tangenter og normaler

Nikolai Bjørnestøl Hansen

OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY
STORBYUNIVERSITETET

Foto: Ronny Østnes / OsloMet

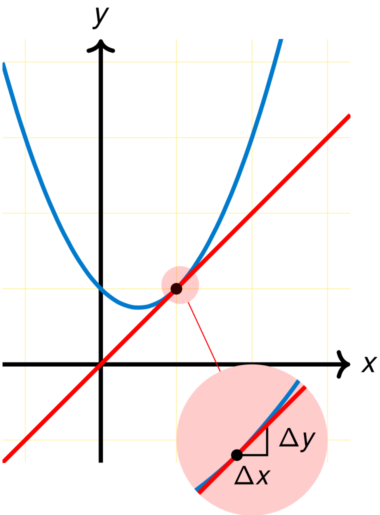
Tangenter og normaler

1 **Tangenter og normaler**
- Tangenter
- Normaler

2 **Optimering**

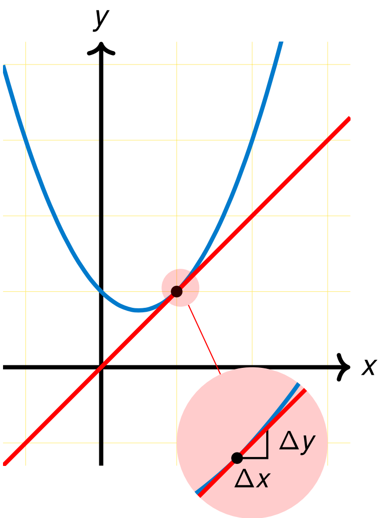
3 **Optimering i geometri**

Tangenter



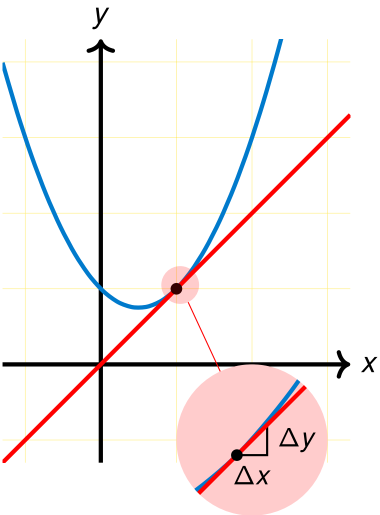
- Den deriverte gir den momentane vekstfarten til funksjonen i et punkt.

Tangenter



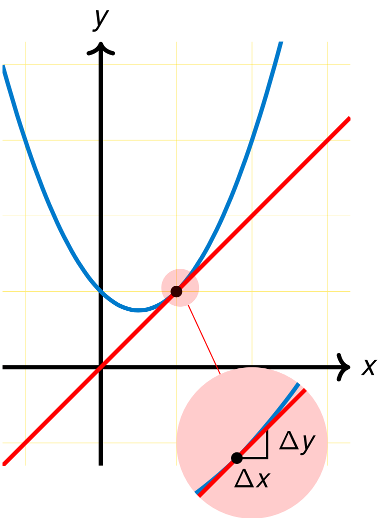
- Den deriverte gir den momentane vekstfarten til funksjonen i et punkt.
- Dette er det samme som stigningstallet til tangenten i punktet.

Tangenter



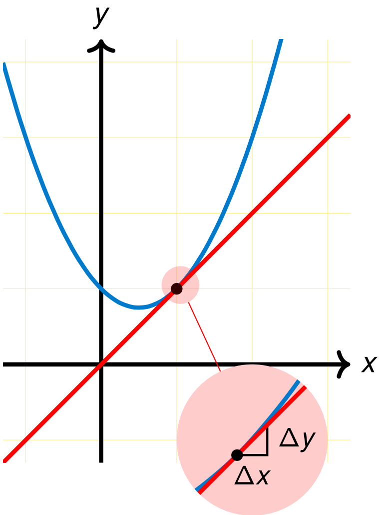
- Den deriverte gir den momentane vekstfarten til funksjonen i et punkt.
- Dette er det samme som stigningstallet til tangenten i punktet.
- Tangenten til en graf i et punkt er den rette linja som likner mest på grafen.

Tangenter



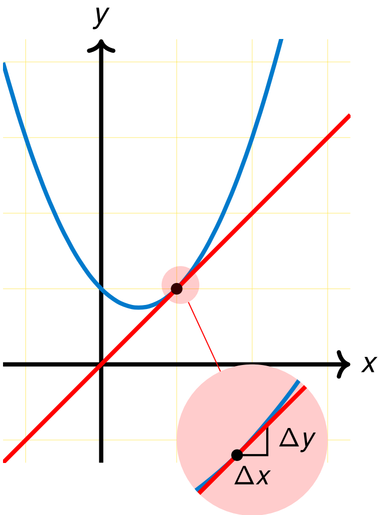
- Den deriverte gir den momentane vekstfarten til funksjonen i et punkt.
- Dette er det samme som stigningstallet til tangenten i punktet.
- Tangenten til en graf i et punkt er den rette linja som likner mest på grafen.
- Vi kan bruke dette til å finne den deriverte i et punkt grafisk.

Tangenter



- Den deriverte gir den momentane vekstfarten til funksjonen i et punkt.
- Dette er det samme som stigningstallet til tangenten i punktet.
- Tangenten til en graf i et punkt er den rette linja som likner mest på grafen.
- Vi kan bruke dette til å finne den deriverte i et punkt grafisk.
- Vi tegner opp tangenten til grafen, og leser av stigningstallet.

Tangenter



- Den deriverte gir den momentane vekstfarten til funksjonen i et punkt.
- Dette er det samme som stigningstallet til tangenten i punktet.
- Tangenten til en graf i et punkt er den rette linja som likner mest på grafen.
- Vi kan bruke dette til å finne den deriverte i et punkt grafisk.
- Vi tegner opp tangenten til grafen, og leser av stigningstallet.
- Fra grafen ser vi at $f'(1) = 1$.

Tangenter og ettpunktsformelen

- Vi kan også bruke derivasjon til å finne tangenten.

Tangenter og ettpunktsformelen

- Vi kan også bruke derivasjon til å finne tangenten.
- Stigningstallet til tangenten i $x = k$ er $f'(k)$.

Tangenter og ettpunktsformelen

- Vi kan også bruke derivasjon til å finne tangenten.
- Stigningstallet til tangenten i $x = k$ er $f'(k)$.
- Tangenten går gjennom $(k, f(k))$.

Tangenter og ettpunktsformelen

- Vi kan også bruke derivasjon til å finne tangenten.
- Stigningstallet til tangenten i $x = k$ er $f'(k)$.
- Tangenten går gjennom $(k, f(k))$.
- Vi kan bruke ettpunktsformelen for å finne en formel for tangenten.

Tangenter og ettpunktsformelen

- Vi kan også bruke derivasjon til å finne tangenten.
- Stigningstallet til tangenten i $x = k$ er $f'(k)$.
- Tangenten går gjennom $(k, f(k))$.
- Vi kan bruke ettpunktsformelen for å finne en formel for tangenten.
- Det gir oss at tangenten til $x = a$ er gitt ved

$$y - y_1 = a(x - x_1)$$

Tangenter og ettpunktsformelen

- Vi kan også bruke derivasjon til å finne tangenten.
- Stigningstallet til tangenten i $x = k$ er $f'(k)$.
- Tangenten går gjennom $(k, f(k))$.
- Vi kan bruke ettpunktsformelen for å finne en formel for tangenten.
- Det gir oss at tangenten til $x = a$ er gitt ved

$$
\begin{aligned}
y - y_1 &= a(x - x_1) \\
y - f(k) &= f'(k)(x - k).
\end{aligned}
$$

Ettpunktsformelen, eksempel

Oppgave

Finn tangenten til $f(x) = x^2 - 3x + 5$ når $x = 2$.

Ettpunktsformelen, eksempel

Oppgave

Finn tangenten til $f(x) = x^2 - 3x + 5$ når $x = 2$.

- Vi deriverer og får $f'(x) = 2x - 3$.

Ettpunktsformelen, eksempel

Oppgave

Finn tangenten til $f(x) = x^2 - 3x + 5$ når $x = 2$.

- Vi deriverer og får $f'(x) = 2x - 3$.
- Vi regner ut $f(2) = 3$ og $f'(2) = 1$.

Ettpunktsformelen, eksempel

Oppgave

Finn tangenten til $f(x) = x^2 - 3x + 5$ når $x = 2$.

- Vi deriverer og får $f'(x) = 2x - 3$.
- Vi regner ut $f(2) = 3$ og $f'(2) = 1$.
- Vi setter inn i ettpunktsformelen og får

$$y - 3 = 1 \cdot (x - 2)$$

Ettpunktsformelen, eksempel

Oppgave

Finn tangenten til $f(x) = x^2 - 3x + 5$ når $x = 2$.

- Vi deriverer og får $f'(x) = 2x - 3$.
- Vi regner ut $f(2) = 3$ og $f'(2) = 1$.
- Vi setter inn i ettpunktsformelen og får

$$\begin{aligned} y - 3 &= 1 \cdot (x - 2) \\ y &= x - 2 + 3 \end{aligned}$$

Ettpunktsformelen, eksempel

Oppgave

Finn tangenten til $f(x) = x^2 - 3x + 5$ når $x = 2$.

- Vi deriverer og får $f'(x) = 2x - 3$.
- Vi regner ut $f(2) = 3$ og $f'(2) = 1$.
- Vi setter inn i ettpunktsformelen og får

$$\begin{aligned} y - 3 &= 1 \cdot (x - 2) \\ y &= x - 2 + 3 \\ y &= x + 1. \end{aligned}$$

Ettpunktsformelen, eksempel

Oppgave

Finn tangenten til $f(x) = x^2 - 3x + 5$ når $x = 2$.

- Vi deriverer og får $f'(x) = 2x - 3$.
- Vi regner ut $f(2) = 3$ og $f'(2) = 1$.
- Vi setter inn i ettpunktsformelen og får

$$\begin{aligned} y - 3 &= 1 \cdot (x - 2) \\ y &= x - 2 + 3 \\ y &= x + 1. \end{aligned}$$

- Tangenten til f når $x = 2$ er derfor $y = x + 1$.

Tangenter og normaler

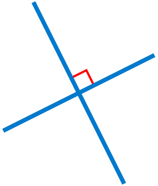
1 **Tangenter og normaler**
- Tangenter
- Normaler

2 **Optimering**

3 **Optimering i geometri**

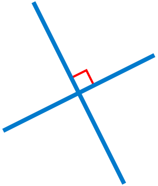
Stå normalt

- Om to linjer er 90° på hverandre, står de normalt på hverandre.



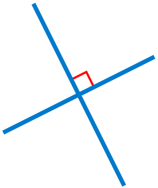
Stå normalt

- Om to linjer er 90° på hverandre, står de normalt på hverandre.
- Vi kan også si at de er ortogonale.



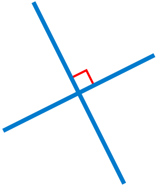
Stå normalt

- Om to linjer er $90°$ på hverandre, står de normalt på hverandre.
- Vi kan også si at de er ortogonale.
- Eller at de står rett på hverandre.



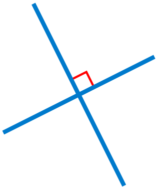
Stå normalt

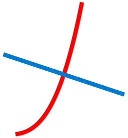
- Om to linjer er 90° på hverandre, står de normalt på hverandre.
- Vi kan også si at de er ortogonale.
- Eller at de står rett på hverandre.
- Kjært barn har mange navn.



Stå normalt

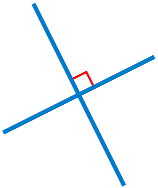
- Om to linjer er 90° på hverandre, står de normalt på hverandre.
- Vi kan også si at de er ortogonale.
- Eller at de står rett på hverandre.
- Kjært barn har mange navn.
- Normalen til en graf er linja som er normal på tangenten.

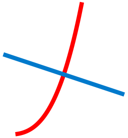




Stå normalt

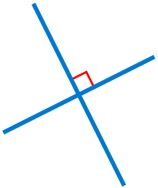
- Om to linjer er 90° på hverandre, står de normalt på hverandre.
- Vi kan også si at de er ortogonale.
- Eller at de står rett på hverandre.
- Kjært barn har mange navn.
- Normalen til en graf er linja som er normal på tangenten.
- Normalen peker rett ut fra grafen.

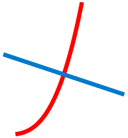




Stå normalt

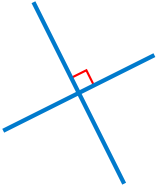
- Om to linjer er 90° på hverandre, står de normalt på hverandre.
- Vi kan også si at de er ortogonale.
- Eller at de står rett på hverandre.
- Kjært barn har mange navn.
- Normalen til en graf er linja som er normal på tangenten.
- Normalen peker rett ut fra grafen.
- Om en linje har stigningstall k, vil linja med stigningstall $-\frac{1}{k}$ stå normalt på den.

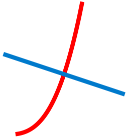




Stå normalt

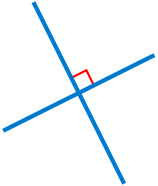
- Om to linjer er 90° på hverandre, står de normalt på hverandre.
- Vi kan også si at de er ortogonale.
- Eller at de står rett på hverandre.
- Kjært barn har mange navn.
- Normalen til en graf er linja som er normal på tangenten.
- Normalen peker rett ut fra grafen.
- Om en linje har stigningstall k, vil linja med stigningstall $-\frac{1}{k}$ stå normalt på den.
- Så normalen til $f(x)$ i $x = a$ vil ha stigningstall $-\frac{1}{f'(a)}$.

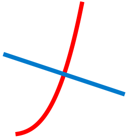




Stå normalt

- Om to linjer er 90° på hverandre, står de normalt på hverandre.
- Vi kan også si at de er ortogonale.
- Eller at de står rett på hverandre.
- Kjært barn har mange navn.
- Normalen til en graf er linja som er normal på tangenten.
- Normalen peker rett ut fra grafen.
- Om en linje har stigningstall k, vil linja med stigningstall $-\frac{1}{k}$ stå normalt på den.
- Så normalen til $f(x)$ i $x = a$ vil ha stigningstall $-\frac{1}{f'(a)}$.
- Vi kan bruke ettpunktsformelen for å finne normalen til en graf.





Finne normal, eksempel

Oppgave

Finn normalen til $f(x) = 2x^2 - 2x + 1$ i $x = -1$.

Finne normal, eksempel

Oppgave

Finn normalen til $f(x) = 2x^2 - 2x + 1$ i $x = -1$.

- Vi deriverer og får $f'(x) = 4x - 2$.

Finne normal, eksempel

Oppgave

Finn normalen til $f(x) = 2x^2 - 2x + 1$ i $x = -1$.

- Vi deriverer og får $f'(x) = 4x - 2$.
- Vi regner ut $f(-1) = 5$ og $f'(-1) = -6$.

Finne normal, eksempel

Oppgave

Finn normalen til $f(x) = 2x^2 - 2x + 1$ i $x = -1$.

- Vi deriverer og får $f'(x) = 4x - 2$.
- Vi regner ut $f(-1) = 5$ og $f'(-1) = -6$.
- Vi setter inn i ettpunktsformelen og får

$$y - 5 = -\frac{1}{-6} \cdot (x - (-1))$$

Finne normal, eksempel

Oppgave

Finn normalen til $f(x) = 2x^2 - 2x + 1$ i $x = -1$.

- Vi deriverer og får $f'(x) = 4x - 2$.
- Vi regner ut $f(-1) = 5$ og $f'(-1) = -6$.
- Vi setter inn i ettpunktsformelen og får

$$y - 5 = -\frac{1}{-6} \cdot (x - (-1))$$
$$y = \frac{1}{6}x + \frac{1}{6} + 5$$

Finne normal, eksempel

Oppgave

Finn normalen til $f(x) = 2x^2 - 2x + 1$ i $x = -1$.

- Vi deriverer og får $f'(x) = 4x - 2$.
- Vi regner ut $f(-1) = 5$ og $f'(-1) = -6$.
- Vi setter inn i ettpunktsformelen og får

$$
\begin{aligned}
y - 5 &= -\frac{1}{-6} \cdot (x - (-1)) \\
y &= \frac{1}{6}x + \frac{1}{6} + 5 \\
y &= \frac{1}{6}x + \frac{31}{6}
\end{aligned}
$$

OSLOMET

OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY

STORBYUNIVERSITETET