Skrå asymptoter

Nikolai Bjørnestøl Hansen

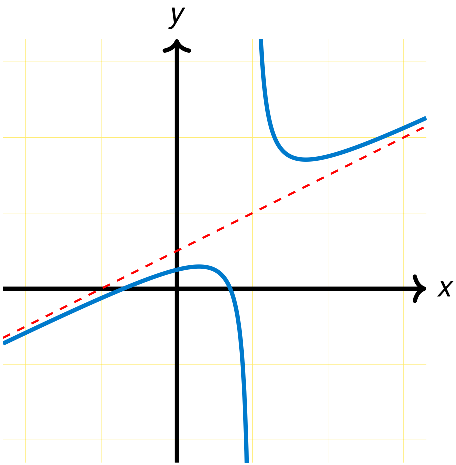
OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY
STORBYUNIVERSITETET

Foto: Ronny Østnes / OsloMet

Skrå asymptoter

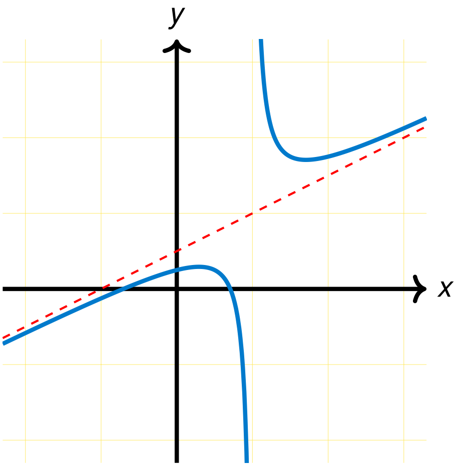
1 **Skrå asymptoter**
- Skrå asymptoter
- Regne på skråasymptoter

Skrå asymptoter



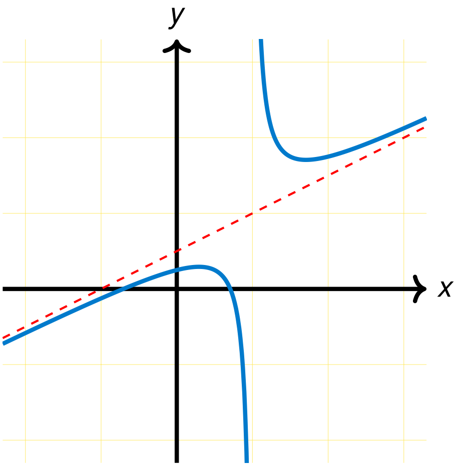
- En skrå asymptote er en linje, $y = ax + b$, som grafen nærmer seg når $x \to \infty$.

Skrå asymptoter



- En skrå asymptote er en linje, $y = ax + b$, som grafen nærmer seg når $x \to \infty$.
- Horisontale asymptoter er teknisk sett skrå asymptoter med $a = 0$.

Skrå asymptoter



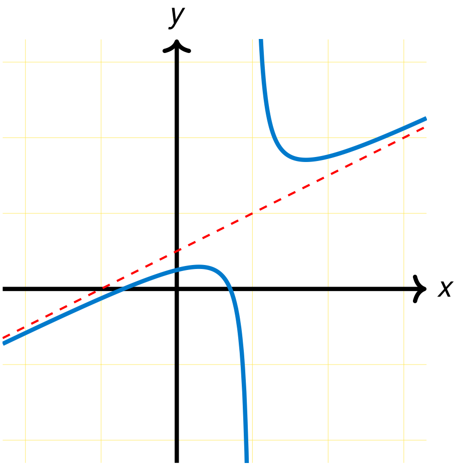
- En skrå asymptote er en linje, $y = ax + b$, som grafen nærmer seg når $x \to \infty$.
- Horisontale asymptoter er teknisk sett skrå asymptoter med $a = 0$.

Definisjon

Linja y er en skrå asymptote til $f(x)$ om

$$\lim_{x \to \pm\infty} \Big(f(x) - y \Big) = 0.$$

Skrå asymptoter



- En skrå asymptote er en linje, $y = ax + b$, som grafen nærmer seg når $x \to \infty$.
- Horisontale asymptoter er teknisk sett skrå asymptoter med $a = 0$.

Definisjon

Linja y er en skrå asymptote til $f(x)$ om

$$\lim_{x \to \pm\infty} \Big(f(x) - y \Big) = 0.$$

- Vi kan skrive

$$f(x) \approx y \quad \text{når} \quad x \to \pm\infty.$$

Eksempel på skrå asymptote

- Vi ser på $f(x) = x + 1 + \frac{1}{2x-2}$.

Eksempel på skrå asymptote

- Vi ser på $f(x) = x + 1 + \frac{1}{2x-2}$.
- Når $x \to \pm\infty$ vil $\frac{1}{2x-2} \to 0$.

Eksempel på skrå asymptote

- Vi ser på $f(x) = x + 1 + \frac{1}{2x-2}$.
- Når $x \to \pm\infty$ vil $\frac{1}{2x-2} \to 0$.
- Så $f(x)$ vil likne mer og mer på $x + 1$ etter hvert som x vokser.

Eksempel på skrå asymptote

- Vi ser på $f(x) = x + 1 + \frac{1}{2x-2}$.
- Når $x \to \pm\infty$ vil $\frac{1}{2x-2} \to 0$.
- Så $f(x)$ vil likne mer og mer på $x + 1$ etter hvert som x vokser.
- Vi kan vise at $y = x + 1$ er den skrå asymptoten ved å regne ut

$$\lim_{x\to\pm\infty} \Big(f(x) - y \Big)$$

Eksempel på skrå asymptote

- Vi ser på $f(x) = x + 1 + \frac{1}{2x-2}$.
- Når $x \to \pm\infty$ vil $\frac{1}{2x-2} \to 0$.
- Så $f(x)$ vil likne mer og mer på $x + 1$ etter hvert som x vokser.
- Vi kan vise at $y = x + 1$ er den skrå asymptoten ved å regne ut

$$\lim_{x\to\pm\infty}\left(f(x) - y\right) = \lim_{x\to\pm\infty}\left(x + 1 + \frac{1}{2x-2} - (x+1)\right)$$

Eksempel på skrå asymptote

- Vi ser på $f(x) = x + 1 + \frac{1}{2x-2}$.
- Når $x \to \pm\infty$ vil $\frac{1}{2x-2} \to 0$.
- Så $f(x)$ vil likne mer og mer på $x + 1$ etter hvert som x vokser.
- Vi kan vise at $y = x + 1$ er den skrå asymptoten ved å regne ut

$$\lim_{x\to\pm\infty}\left(f(x) - y\right) = \lim_{x\to\pm\infty}\left(\cancel{x+1} + \frac{1}{2x-2} - \cancel{(x+1)}\right)$$

Eksempel på skrå asymptote

- Vi ser på $f(x) = x + 1 + \frac{1}{2x-2}$.
- Når $x \to \pm\infty$ vil $\frac{1}{2x-2} \to 0$.
- Så $f(x)$ vil likne mer og mer på $x + 1$ etter hvert som x vokser.
- Vi kan vise at $y = x + 1$ er den skrå asymptoten ved å regne ut

$$\begin{aligned}\lim_{x\to\pm\infty}\Big(f(x) - y\Big) &= \lim_{x\to\pm\infty}\Big(\cancel{x+1} + \frac{1}{2x-2} - \cancel{(x+1)}\Big)\\ &= \lim_{x\to\pm\infty}\frac{1}{2x-2}\end{aligned}$$

Eksempel på skrå asymptote

- Vi ser på $f(x) = x + 1 + \frac{1}{2x-2}$.
- Når $x \to \pm\infty$ vil $\frac{1}{2x-2} \to 0$.
- Så $f(x)$ vil likne mer og mer på $x + 1$ etter hvert som x vokser.
- Vi kan vise at $y = x + 1$ er den skrå asymptoten ved å regne ut

$$\begin{aligned}
\lim_{x\to\pm\infty}\Big(f(x) - y\Big) &= \lim_{x\to\pm\infty}\left(\cancel{x+1} + \frac{1}{2x-2} - \cancel{(x+1)}\right) \\
&= \lim_{x\to\pm\infty}\frac{1}{2x-2} \\
&= 0.
\end{aligned}$$

Skrå asymptoter

1 Skrå asymptoter

- Skrå asymptoter
- Regne på skråasymptoter

Regne skråasymptoter for rasjonale funksjoner

- For å finne den skrå asymptoten til en rasjonal funksjon kan vi polynomdividere.

Regne skråasymptoter for rasjonale funksjoner

- For å finne den skrå asymptoten til en rasjonal funksjon kan vi polynomdividere.
- Resten ved polynomdivisjon vil alltid gå mot 0 når x går mot $\pm\infty$.

Regne skråasymptoter for rasjonale funksjoner

- For å finne den skrå asymptoten til en rasjonal funksjon kan vi polynomdividere.
- Resten ved polynomdivisjon vil alltid gå mot 0 når x går mot $\pm\infty$.
- Om divisjonen gir et førstegradspolynom er dette skråasymptoten.

Regne skråasymptoter for rasjonale funksjoner

- For å finne den skrå asymptoten til en rasjonal funksjon kan vi polynomdividere.
- Resten ved polynomdivisjon vil alltid gå mot 0 når x går mot $\pm\infty$.
- Om divisjonen gir et førstegradspolynom er dette skråasymptoten.

Eksempel

Regne skråasymptoter for rasjonale funksjoner

- For å finne den skrå asymptoten til en rasjonal funksjon kan vi polynomdividere.
- Resten ved polynomdivisjon vil alltid gå mot 0 når x går mot $\pm\infty$.
- Om divisjonen gir et førstegradspolynom er dette skråasymptoten.

Eksempel

- Vi skal finne den skrå asymptoten til $f(x) = \frac{6x^2-17x+14}{3x-4}$.

Regne skråasymptoter for rasjonale funksjoner

- For å finne den skrå asymptoten til en rasjonal funksjon kan vi polynomdividere.
- Resten ved polynomdivisjon vil alltid gå mot 0 når x går mot $\pm\infty$.
- Om divisjonen gir et førstegradspolynom er dette skråasymptoten.

Eksempel

- Vi skal finne den skrå asymptoten til $f(x) = \frac{6x^2-17x+14}{3x-4}$.
- Vi polynomdividerer og får

$$\frac{6x^2 - 17x + 14}{3x - 4} = 2x - 3 + \frac{2}{3x - 4}.$$

Regne skråasymptoter for rasjonale funksjoner

- For å finne den skrå asymptoten til en rasjonal funksjon kan vi polynomdividere.
- Resten ved polynomdivisjon vil alltid gå mot 0 når x går mot $\pm\infty$.
- Om divisjonen gir et førstegradspolynom er dette skråasymptoten.

Eksempel

- Vi skal finne den skrå asymptoten til $f(x) = \frac{6x^2-17x+14}{3x-4}$.
- Vi polynomdividerer og får

$$\frac{6x^2 - 17x + 14}{3x - 4} = 2x - 3 + \frac{2}{3x - 4}.$$

- Vi har at $\frac{2}{3x-4} \to 0$ når $x \to \pm\infty$.

Regne skråasymptoter for rasjonale funksjoner

- For å finne den skrå asymptoten til en rasjonal funksjon kan vi polynomdividere.
- Resten ved polynomdivisjon vil alltid gå mot 0 når x går mot $\pm\infty$.
- Om divisjonen gir et førstegradspolynom er dette skråasymptoten.

Eksempel

- Vi skal finne den skrå asymptoten til $f(x) = \frac{6x^2-17x+14}{3x-4}$.
- Vi polynomdividerer og får

$$\frac{6x^2 - 17x + 14}{3x - 4} = 2x - 3 + \frac{2}{3x - 4}.$$

- Vi har at $\frac{2}{3x-4} \to 0$ når $x \to \pm\infty$.
- Den skrå asymptoten er derfor $y = 2x - 3$.

Når skråasymptoter finnes

- La $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ være en rasjonal funksjon

Når skråasymptoter finnes

- La $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ være en rasjonal funksjon
- Om $P(x)$ har lavere grad enn $Q(x)$ har $f(x)$ en horisontal asymptote i $y = 0$.

Når skråasymptoter finnes

- La $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ være en rasjonal funksjon
- Om $P(x)$ har lavere grad enn $Q(x)$ har $f(x)$ en horisontal asymptote i $y = 0$.
- Om $P(x)$ har lik grad som $Q(x)$ har $f(x)$ også en horisontal asymptote.

Når skråasymptoter finnes

- La $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ være en rasjonal funksjon
- Om $P(x)$ har lavere grad enn $Q(x)$ har $f(x)$ en horisontal asymptote i $y = 0$.
- Om $P(x)$ har lik grad som $Q(x)$ har $f(x)$ også en horisontal asymptote.
- Om $P(x)$ er nøyaktig én grad høyere enn $Q(x)$, har $f(x)$ en skrå asymptote.

Når skråasymptoter finnes

- La $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ være en rasjonal funksjon
- Om $P(x)$ har lavere grad enn $Q(x)$ har $f(x)$ en horisontal asymptote i $y = 0$.
- Om $P(x)$ har lik grad som $Q(x)$ har $f(x)$ også en horisontal asymptote.
- Om $P(x)$ er nøyaktig én grad høyere enn $Q(x)$, har $f(x)$ en skrå asymptote.
- Om $P(x)$ er mer enn én grad høyere enn $Q(x)$, har $f(x)$ verken horisontal eller skrå asymptote.

Når skråasymptoter finnes

- La $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ være en rasjonal funksjon
- Om $P(x)$ har lavere grad enn $Q(x)$ har $f(x)$ en horisontal asymptote i $y = 0$.
- Om $P(x)$ har lik grad som $Q(x)$ har $f(x)$ også en horisontal asymptote.
- Om $P(x)$ er nøyaktig én grad høyere enn $Q(x)$, har $f(x)$ en skrå asymptote.
- Om $P(x)$ er mer enn én grad høyere enn $Q(x)$, har $f(x)$ verken horisontal eller skrå asymptote.

Eksempel

Når skråasymptoter finnes

- La $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ være en rasjonal funksjon
- Om $P(x)$ har lavere grad enn $Q(x)$ har $f(x)$ en horisontal asymptote i $y = 0$.
- Om $P(x)$ har lik grad som $Q(x)$ har $f(x)$ også en horisontal asymptote.
- Om $P(x)$ er nøyaktig én grad høyere enn $Q(x)$, har $f(x)$ en skrå asymptote.
- Om $P(x)$ er mer enn én grad høyere enn $Q(x)$, har $f(x)$ verken horisontal eller skrå asymptote.

Eksempel

- Funksjonen $f(x) = \frac{x-2}{x^2+1}$ har en horisontal asymptote i $y = 0$.

Når skråasymptoter finnes

- La $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ være en rasjonal funksjon
- Om $P(x)$ har lavere grad enn $Q(x)$ har $f(x)$ en horisontal asymptote i $y = 0$.
- Om $P(x)$ har lik grad som $Q(x)$ har $f(x)$ også en horisontal asymptote.
- Om $P(x)$ er nøyaktig én grad høyere enn $Q(x)$, har $f(x)$ en skrå asymptote.
- Om $P(x)$ er mer enn én grad høyere enn $Q(x)$, har $f(x)$ verken horisontal eller skrå asymptote.

Eksempel

- Funksjonen $f(x) = \frac{x-2}{x^2+1}$ har en horisontal asymptote i $y = 0$.
- Funksjonen $f(x) = \frac{2x^2+1}{x^2-2}$ har en horisontal asymptote i $y = 2$.

Når skråasymptoter finnes

- La $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ være en rasjonal funksjon
- Om $P(x)$ har lavere grad enn $Q(x)$ har $f(x)$ en horisontal asymptote i $y = 0$.
- Om $P(x)$ har lik grad som $Q(x)$ har $f(x)$ også en horisontal asymptote.
- Om $P(x)$ er nøyaktig én grad høyere enn $Q(x)$, har $f(x)$ en skrå asymptote.
- Om $P(x)$ er mer enn én grad høyere enn $Q(x)$, har $f(x)$ verken horisontal eller skrå asymptote.

Eksempel

- Funksjonen $f(x) = \frac{x-2}{x^2+1}$ har en horisontal asymptote i $y = 0$.
- Funksjonen $f(x) = \frac{2x^2+1}{x^2-2}$ har en horisontal asymptote i $y = 2$.
- Funksjonen $f(x) = \frac{2x^2-x+1}{x+2}$ har en skrå asymptote i $y = 2x - 5$.

Når skråasymptoter finnes

- La $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ være en rasjonal funksjon
- Om $P(x)$ har lavere grad enn $Q(x)$ har $f(x)$ en horisontal asymptote i $y = 0$.
- Om $P(x)$ har lik grad som $Q(x)$ har $f(x)$ også en horisontal asymptote.
- Om $P(x)$ er nøyaktig én grad høyere enn $Q(x)$, har $f(x)$ en skrå asymptote.
- Om $P(x)$ er mer enn én grad høyere enn $Q(x)$, har $f(x)$ verken horisontal eller skrå asymptote.

Eksempel

- Funksjonen $f(x) = \frac{x-2}{x^2+1}$ har en horisontal asymptote i $y = 0$.
- Funksjonen $f(x) = \frac{2x^2+1}{x^2-2}$ har en horisontal asymptote i $y = 2$.
- Funksjonen $f(x) = \frac{2x^2-x+1}{x+2}$ har en skrå asymptote i $y = 2x - 5$.
- Funksjonen $f(x) = \frac{x^3-2x^2+1}{x-2}$ har verken horisontal eller skrå asymptote.

OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY

STORBYUNIVERSITETET