Andregradslikninger med to ledd

Nikolai Bjørnestøl Hansen

OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY
STORBYUNIVERSITETET

Foto: Ronny Østnes / OsloMet

Andregradslikninger med to ledd

Andregradslikninger

Definisjon

En andregradslikning er en likning som kun har ledd som er

Andregradslikninger

Definisjon

En andregradslikning er en likning som kun har ledd som er

- tall

Andregradslikninger

Definisjon

En andregradslikning er en likning som kun har ledd som er

- tall
- tall ganget x

Andregradslikninger

Definisjon

En andregradslikning er en likning som kun har ledd som er

- tall
- tall ganget x
- tall ganget x^2.

Andregradslikninger

Definisjon

En andregradslikning er en likning som kun har ledd som er

- tall
- tall ganget x
- tall ganget x^2.

En andregradslikning kan alltid skrives på formen

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

Andregradslikninger

Definisjon

En andregradslikning er en likning som kun har ledd som er

- tall
- tall ganget x
- tall ganget x^2.

En andregradslikning kan alltid skrives på formen

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

Eksempler:

$$4x^2 = 3x + 7$$

Andregradslikninger

Definisjon

En andregradslikning er en likning som kun har ledd som er

- tall
- tall ganget x
- tall ganget x^2.

En andregradslikning kan alltid skrives på formen

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

Eksempler:

$$4x^2 = 3x + 7 \qquad x^2 = 8.$$

Andregradslikninger

Definisjon

En andregradslikning er en likning som kun har ledd som er

- tall
- tall ganget x
- tall ganget x^2.

En andregradslikning kan alltid skrives på formen

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

Eksempler:

$$4x^2 = 3x + 7 \qquad x^2 = 8.$$

De kan skrives om til

$$4x^2 - 3x - 7 = 0$$

Andregradslikninger

Definisjon

En andregradslikning er en likning som kun har ledd som er

- tall
- tall ganget x
- tall ganget x^2.

En andregradslikning kan alltid skrives på formen

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

Eksempler:

$$4x^2 = 3x + 7 \qquad x^2 = 8.$$

De kan skrives om til

$$4x^2 - 3x - 7 = 0 \qquad x^2 + 0x - 8 = 0.$$

Andregradslikninger med to ledd

Når $b = 0$

Den enkleste formen for andregradslikninger er de som mangler førstegradsleddet bx.

Når $b = 0$

Den enkleste formen for andregradslikninger er de som mangler førstegradsleddet bx.

Eksempler

$$x^2 - 4 = 0$$

Når $b = 0$

Den enkleste formen for andregradslikninger er de som mangler førstegradsleddet bx.

Eksempler

$$x^2 - 4 = 0 \qquad\qquad 2x^2 = 18$$

Når $b = 0$

Den enkleste formen for andregradslikninger er de som mangler førstegradsleddet bx.

Eksempler

$$\begin{aligned} x^2 - 4 &= 0 \\ x^2 &= 8 \end{aligned} \qquad\qquad 2x^2 = 18$$

Når $b = 0$

Den enkleste formen for andregradslikninger er de som mangler førstegradsleddet bx.

Eksempler

$$x^2 - 4 = 0 \qquad 2x^2 = 18$$

$$x^2 = 8 \qquad 3x^2 - 2 = 0$$

Når $b = 0$

Den enkleste formen for andregradslikninger er de som mangler førstegradsleddet bx.

Eksempler

$$x^2 - 4 = 0 \qquad 2x^2 = 18$$
$$x^2 = 8 \qquad 3x^2 - 2 = 0$$

- Disse kan alltid skrives om så de ser ut som

$$x^2 = k.$$

Når $b = 0$

Den enkleste formen for andregradslikninger er de som mangler førstegradsleddet bx.

Eksempler

$$x^2 - 4 = 0 \qquad 2x^2 = 18$$
$$x^2 = 8 \qquad 3x^2 - 2 = 0$$

- Disse kan alltid skrives om så de ser ut som
$$x^2 = k.$$
- Hvis k er negativ, finnes ingen løsning.

Når $b = 0$

Den enkleste formen for andregradslikninger er de som mangler førstegradsleddet bx.

Eksempler

$$x^2 - 4 = 0 \qquad 2x^2 = 18$$
$$x^2 = 8 \qquad 3x^2 - 2 = 0$$

- Disse kan alltid skrives om så de ser ut som

$$x^2 = k.$$

- Hvis k er negativ, finnes ingen løsning.
- Hvis k er positiv, finnes to løsninger, $\sqrt{k}$ og $-\sqrt{k}$.

Når $b = 0$, eksempler

Oppgave

Løs likningene

$$2x^2 - 8 = 0 \qquad x^2 + 3 = 0$$

Når $b = 0$, eksempler

Oppgave

Løs likningene

$$2x^2 - 8 = 0 \qquad x^2 + 3 = 0$$

- I den første likningen kan vi flytte -8 over, og så dele på 2 for å få $x^2 = 4$.

Når $b = 0$, eksempler

Oppgave

Løs likningene

$$2x^2 - 8 = 0 \qquad x^2 + 3 = 0$$

- I den første likningen kan vi flytte -8 over, og så dele på 2 for å få $x^2 = 4$.
- Vi ser at $x = 2$ er en løsning, da $2^2 = 4$.

Når $b = 0$, eksempler

Oppgave

Løs likningene

$$2x^2 - 8 = 0 \qquad x^2 + 3 = 0$$

- I den første likningen kan vi flytte -8 over, og så dele på 2 for å få $x^2 = 4$.
- Vi ser at $x = 2$ er en løsning, da $2^2 = 4$.
- Men $x = -2$ er også en løsning, da $(-2)^2 = 4$.

Når $b = 0$, eksempler

Oppgave

Løs likningene

$$2x^2 - 8 = 0 \qquad x^2 + 3 = 0$$

- I den første likningen kan vi flytte -8 over, og så dele på 2 for å få $x^2 = 4$.
- Vi ser at $x = 2$ er en løsning, da $2^2 = 4$.
- Men $x = -2$ er også en løsning, da $(-2)^2 = 4$.
- Vi skriver $x = \pm 2$. Symbolet $\pm$ betyr at $x = +2$ eller $x = -2$

Når $b = 0$, eksempler

Oppgave

Løs likningene

$$2x^2 - 8 = 0 \qquad x^2 + 3 = 0$$

- I den første likningen kan vi flytte -8 over, og så dele på 2 for å få $x^2 = 4$.
- Vi ser at $x = 2$ er en løsning, da $2^2 = 4$.
- Men $x = -2$ er også en løsning, da $(-2)^2 = 4$.
- Vi skriver $x = \pm 2$. Symbolet $\pm$ betyr at $x = +2$ eller $x = -2$
- Den andre likingen skriver vi om til $x^2 = -3$ som ikke har noen løsninger. Vi kan ikke ta kvadratroten av et negativt tall.

Andregradslikninger med to ledd

Faktorisering og 0

Regel

Om $a \cdot b = 0$ *så må enten* $a = 0$ *eller* $b = 0$.

Faktorisering og 0

Regel

Om $a \cdot b = 0$ *så* *må* *enten* $a = 0$ *eller* $b = 0$.

Dette er en overraskende nyttig regel med tanke på hvor simpel den er.

Faktorisering og 0

Regel

Om $a \cdot b = 0$ *så må enten* $a = 0$ *eller* $b = 0$.

Dette er en overraskende nyttig regel med tanke på hvor simpel den er.

Oppgave

Løs likningen $(x-2)(x-3) = 0$.

Faktorisering og 0

Regel

Om $a \cdot b = 0$ *så* *må* *enten* $a = 0$ *eller* $b = 0$.

Dette er en overraskende nyttig regel med tanke på hvor simpel den er.

Oppgave

Løs likningen $(x - 2)(x - 3) = 0$.

- Siden $(x - 2)(x - 3) = 0$ må enten $x - 2 = 0$ eller $x - 3 = 0$.

Faktorisering og 0

Regel

Om $a \cdot b = 0$ *så må enten* $a = 0$ *eller* $b = 0$.

Dette er en overraskende nyttig regel med tanke på hvor simpel den er.

Oppgave

Løs likningen $(x-2)(x-3) = 0$.

- Siden $(x-2)(x-3) = 0$ må enten $x - 2 = 0$ eller $x - 3 = 0$.
- Derfor må enten $x = 2$ eller $x = 3$.

Når $c = 0$

- Dersom en andregradslikning mangler konstantleddet c så kan vi skrive likningen som $ax^2 + bx = 0$.

Når $c = 0$

- Dersom en andregradslikning mangler konstantleddet c så kan vi skrive likningen som $ax^2 + bx = 0$.
- Her kan vi faktorisere x utenfor parentesen, og få

$$x(ax + b) = 0$$

Når $c = 0$

- Dersom en andregradslikning mangler konstantleddet c så kan vi skrive likningen som $ax^2 + bx = 0$.
- Her kan vi faktorisere x utenfor parentesen, og få

$$x(ax + b) = 0$$

- I følge regelen fra forrige side, må vi derfor ha

$$x = 0 \quad \text{eller} \quad ax + b = 0$$

Når $c = 0$

- Dersom en andregradslikning mangler konstantleddet c så kan vi skrive likningen som $ax^2 + bx = 0$.
- Her kan vi faktorisere x utenfor parentesen, og få

$$x(ax + b) = 0$$

- I følge regelen fra forrige side, må vi derfor ha

$$x = 0 \quad \text{eller} \quad ax + b = 0$$

- Dette gir oss da løsningene $x = 0$ og $x = -\frac{b}{a}$.

Om $c = 0$, eksempler

Oppgave

Løs likningene

$$x^2 - 3x = 0 \qquad -2x^2 + 7x = 0.$$

Om $c = 0$, eksempler

Oppgave

Løs likningene

$$x^2 - 3x = 0 \qquad -2x^2 + 7x = 0.$$

- I begge likningene faktoriserer vi x utenfor, og skriver dem som

$$x(x - 3) = 0 \qquad x(-2x + 7) = 0.$$

Om $c = 0$, eksempler

Oppgave

Løs likningene

$$x^2 - 3x = 0 \qquad -2x^2 + 7x = 0.$$

- I begge likningene faktoriserer vi x utenfor, og skriver dem som

$$x(x-3) = 0 \qquad x(-2x+7) = 0.$$

- Den første likningen stemmer da om $x = 0$ eller om $x - 3 = 0$.

Om $c = 0$, eksempler

Oppgave

Løs likningene

$$x^2 - 3x = 0 \qquad -2x^2 + 7x = 0.$$

- I begge likningene faktoriserer vi x utenfor, og skriver dem som

$$x(x-3) = 0 \qquad x(-2x+7) = 0.$$

- Den første likningen stemmer da om $x = 0$ eller om $x - 3 = 0$.
- Vi flytter -3 over, og får $x = 3$ som den andre løsningen.

Om $c = 0$, eksempler

Oppgave

Løs likningene

$$x^2 - 3x = 0 \qquad -2x^2 + 7x = 0.$$

- I begge likningene faktoriserer vi x utenfor, og skriver dem som

$$x(x-3) = 0 \qquad x(-2x+7) = 0.$$

- Den første likningen stemmer da om $x = 0$ eller om $x - 3 = 0$.
- Vi flytter -3 over, og får $x = 3$ som den andre løsningen.
- Den andre likningen stemmer om $x = 0$ eller om $-2x + 7 = 0$.

Om $c = 0$, eksempler

Oppgave

Løs likningene

$$x^2 - 3x = 0 \qquad -2x^2 + 7x = 0.$$

- I begge likningene faktoriserer vi x utenfor, og skriver dem som

$$x(x-3) = 0 \qquad x(-2x+7) = 0.$$

- Den første likningen stemmer da om $x = 0$ eller om $x - 3 = 0$.
- Vi flytter -3 over, og får $x = 3$ som den andre løsningen.
- Den andre likningen stemmer om $x = 0$ eller om $-2x + 7 = 0$.
- Vi flytter $-2x$ over og deler på 2, og får $x = \frac{7}{2}$ som den andre løsningen.

Faktorisering og løsning av likninger

Om vi kan faktorisere andregradsuttrykk kan vi bruke dette til å løse andregradslikninger.

Eksempel

- Vi skal løse likningen $x^2 - 4x + 3 = 0$.

Faktorisering og løsning av likninger

Om vi kan faktorisere andregradsuttrykk kan vi bruke dette til å løse andregradslikninger.

Eksempel

- Vi skal løse likningen $x^2 - 4x + 3 = 0$.
- Vi finner fullstendig kvadrat og faktoriserer:

$$x^2 - 4x + 3$$

Faktorisering og løsning av likninger

Om vi kan faktorisere andregradsuttrykk kan vi bruke dette til å løse andregradslikninger.

Eksempel

- Vi skal løse likningen $x^2 - 4x + 3 = 0$.
- Vi finner fullstendig kvadrat og faktoriserer:

$$x^2 - 4x + 3 = x^2 - 2 \cdot 2 \cdot x + 2^2 - 2^2 + 3$$

Faktorisering og løsning av likninger

Om vi kan faktorisere andregradsuttrykk kan vi bruke dette til å løse andregradslikninger.

Eksempel

- Vi skal løse likningen $x^2 - 4x + 3 = 0$.
- Vi finner fullstendig kvadrat og faktoriserer:

$$x^2 - 4x + 3 = x^2 - 2 \cdot 2 \cdot x + 2^2 - 2^2 + 3 = (x - 2)^2 - 1^2$$

Faktorisering og løsning av likninger

Om vi kan faktorisere andregradsuttrykk kan vi bruke dette til å løse andregradslikninger.

Eksempel

- Vi skal løse likningen $x^2 - 4x + 3 = 0$.
- Vi finner fullstendig kvadrat og faktoriserer:

$$x^2 - 4x + 3 = x^2 - 2 \cdot 2 \cdot x + 2^2 - 2^2 + 3 = (x - 2)^2 - 1^2$$
$$= (x - 2 + 1)(x - 2 - 1)$$

Faktorisering og løsning av likninger

Om vi kan faktorisere andregradsuttrykk kan vi bruke dette til å løse andregradslikninger.

Eksempel

- Vi skal løse likningen $x^2 - 4x + 3 = 0$.
- Vi finner fullstendig kvadrat og faktoriserer:

$$\begin{aligned} x^2 - 4x + 3 &= x^2 - 2 \cdot 2 \cdot x + 2^2 - 2^2 + 3 = (x-2)^2 - 1^2 \\ &= (x - 2 + 1)(x - 2 - 1) = (x-1)(x-3) \end{aligned}$$

Faktorisering og løsning av likninger

Om vi kan faktorisere andregradsuttrykk kan vi bruke dette til å løse andregradslikninger.

Eksempel

- Vi skal løse likningen $x^2 - 4x + 3 = 0$.
- Vi finner fullstendig kvadrat og faktoriserer:

$$\begin{aligned} x^2 - 4x + 3 &= x^2 - 2 \cdot 2 \cdot x + 2^2 - 2^2 + 3 = (x - 2)^2 - 1^2 \\ &= (x - 2 + 1)(x - 2 - 1) = (x - 1)(x - 3) \end{aligned}$$

- Likningen blir derfor $(x - 1)(x - 3) = 0$.

Faktorisering og løsning av likninger

Om vi kan faktorisere andregradsuttrykk kan vi bruke dette til å løse andregradslikninger.

Eksempel

- Vi skal løse likningen $x^2 - 4x + 3 = 0$.
- Vi finner fullstendig kvadrat og faktoriserer:

$$\begin{aligned} x^2 - 4x + 3 &= x^2 - 2 \cdot 2 \cdot x + 2^2 - 2^2 + 3 = (x - 2)^2 - 1^2 \\ &= (x - 2 + 1)(x - 2 - 1) = (x - 1)(x - 3) \end{aligned}$$

- Likningen blir derfor $(x - 1)(x - 3) = 0$.
- Vi har derfor enten $x - 1 = 0$ eller $x - 3 = 0$.

Faktorisering og løsning av likninger

Om vi kan faktorisere andregradsuttrykk kan vi bruke dette til å løse andregradslikninger.

Eksempel

- Vi skal løse likningen $x^2 - 4x + 3 = 0$.
- Vi finner fullstendig kvadrat og faktoriserer:

$$
\begin{aligned}
x^2 - 4x + 3 = x^2 - 2 \cdot 2 \cdot x + 2^2 - 2^2 + 3 &= (x-2)^2 - 1^2 \\
&= (x - 2 + 1)(x - 2 - 1) = (x-1)(x-3)
\end{aligned}
$$

- Likningen blir derfor $(x-1)(x-3) = 0$.
- Vi har derfor enten $x - 1 = 0$ eller $x - 3 = 0$.
- Vi får derfor $x = 1$ eller $x = 3$.

OSLOMET

OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY

STORBYUNIVERSITETET