Potenser med brøk som eksponent

Nikolai Bjørnestøl Hansen

OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY
STORBYUNIVERSITETET

Foto: Ronny Østnes / OsloMet

Potenser med brøk som eksponent

1 Tall på standardform

2 Kvadratrøtter og røtter av høyere orden

3 Potenser med en brøk som eksponent

- Brøk som eksponent

Brøk som eksponent

- Hva betyr $27^{1/3}$?

Brøk som eksponent

- Hva betyr $27^{1/3}$?
- Vi vil at de gamle potensreglene skal gjelde, så la oss prøve å opphøye det i 3.

Brøk som eksponent

- Hva betyr $27^{1/3}$?
- Vi vil at de gamle potensreglene skal gjelde, så la oss prøve å opphøye det i 3.
- Vi får

$$\left(27^{1/3}\right)^3$$

Brøk som eksponent

- Hva betyr $27^{1/3}$?
- Vi vil at de gamle potensreglene skal gjelde, så la oss prøve å opphøye det i 3.
- Vi får

$$\left(27^{1/3}\right)^3 = 27^{3 \cdot 1/3}$$

Brøk som eksponent

- Hva betyr $27^{1/3}$?
- Vi vil at de gamle potensreglene skal gjelde, så la oss prøve å opphøye det i 3.
- Vi får

$$\left(27^{1/3}\right)^3 = 27^{3 \cdot 1/3} = 27^{3/3}$$

Brøk som eksponent

- Hva betyr $27^{1/3}$?
- Vi vil at de gamle potensreglene skal gjelde, så la oss prøve å opphøye det i 3.
- Vi får

$$\left(27^{1/3}\right)^3 = 27^{3 \cdot 1/3} = 27^{3/3} = 27.$$

Brøk som eksponent

- Hva betyr $27^{1/3}$?
- Vi vil at de gamle potensreglene skal gjelde, så la oss prøve å opphøye det i 3.
- Vi får

$$\left(27^{1/3}\right)^3 = 27^{3 \cdot 1/3} = 27^{3/3} = 27.$$

- Fra forrige kapittel har vi da

$$27^{1/3} = \sqrt[3]{27}$$

Brøk som eksponent

Definisjon

Om $a \geq 0$ og n er et naturlig tall, definerer vi

$$a^{1/n} = \sqrt[n]{a}.$$

Brøk som eksponent

Definisjon

Om $a \geq 0$ og n er et naturlig tall, definerer vi

$$a^{1/n} = \sqrt[n]{a}.$$

- Om nå $\frac{m}{n}$ er et hvilket som helst rasjonalt tall, får vi enten

$$a^{m/n}$$

Brøk som eksponent

Definisjon

Om $a \geq 0$ og n er et naturlig tall, definerer vi

$$a^{1/n} = \sqrt[n]{a}.$$

- Om nå $\frac{m}{n}$ er et hvilket som helst rasjonalt tall, får vi enten

$$a^{m/n} = a^{m \cdot 1/n}$$

Brøk som eksponent

Definisjon

Om $a \geq 0$ og n er et naturlig tall, definerer vi

$$a^{1/n} = \sqrt[n]{a}.$$

- Om nå $\frac{m}{n}$ er et hvilket som helst rasjonalt tall, får vi enten

$$a^{m/n} = a^{m \cdot 1/n} = \left(a^m\right)^{1/n}$$

Brøk som eksponent

Definisjon

Om $a \geq 0$ og n er et naturlig tall, definerer vi

$$a^{1/n} = \sqrt[n]{a}.$$

- Om nå $\frac{m}{n}$ er et hvilket som helst rasjonalt tall, får vi enten

$$a^{m/n} = a^{m \cdot 1/n} = (a^m)^{1/n} = \sqrt[n]{a^m}$$

Brøk som eksponent

Definisjon

Om $a \geq 0$ og n er et naturlig tall, definerer vi

$$a^{1/n} = \sqrt[n]{a}.$$

- Om nå $\frac{m}{n}$ er et hvilket som helst rasjonalt tall, får vi enten

$$a^{m/n} = a^{m \cdot 1/n} = (a^m)^{1/n} = \sqrt[n]{a^m}$$

eller

$$a^{m/n}$$

Brøk som eksponent

Definisjon

Om $a \geq 0$ og n er et naturlig tall, definerer vi

$$a^{1/n} = \sqrt[n]{a}.$$

- Om nå $\frac{m}{n}$ er et hvilket som helst rasjonalt tall, får vi enten

$$a^{m/n} = a^{m \cdot 1/n} = (a^m)^{1/n} = \sqrt[n]{a^m}$$

eller

$$a^{m/n} = a^{m \cdot 1/n}$$

Brøk som eksponent

Definisjon

Om $a \geq 0$ og n er et naturlig tall, definerer vi

$$a^{1/n} = \sqrt[n]{a}.$$

- Om nå $\frac{m}{n}$ er et hvilket som helst rasjonalt tall, får vi enten

$$a^{m/n} = a^{m \cdot 1/n} = (a^m)^{1/n} = \sqrt[n]{a^m}$$

eller

$$a^{m/n} = a^{m \cdot 1/n} = \left(a^{1/n}\right)^m$$

Brøk som eksponent

Definisjon

Om $a \geq 0$ og n er et naturlig tall, definerer vi

$$a^{1/n} = \sqrt[n]{a}.$$

- Om nå $\frac{m}{n}$ er et hvilket som helst rasjonalt tall, får vi enten

$$a^{m/n} = a^{m \cdot 1/n} = (a^m)^{1/n} = \sqrt[n]{a^m}$$

eller

$$a^{m/n} = a^{m \cdot 1/n} = \left(a^{1/n}\right)^m = (\sqrt[n]{a})^m.$$

Negative grunntall

- Vi har $(-2)^{1/2} = \sqrt{-2}$, så definisjonen gir ikke alltid mening.

Negative grunntall

- Vi har $(-2)^{1/2} = \sqrt{-2}$, så definisjonen gir ikke alltid mening.
- Men hva med $(-8)^{1/3}$? Det burde vel være $\sqrt[3]{-8} = -2$?

Negative grunntall

- Vi har $(-2)^{1/2} = \sqrt{-2}$, så definisjonen gir ikke alltid mening.
- Men hva med $(-8)^{1/3}$? Det burde vel være $\sqrt[3]{-8} = -2$?
- Problemet er at $1/3 = 2/6$. Så

$$(-8)^{1/3}$$

Negative grunntall

- Vi har $(-2)^{1/2} = \sqrt{-2}$, så definisjonen gir ikke alltid mening.
- Men hva med $(-8)^{1/3}$? Det burde vel være $\sqrt[3]{-8} = -2$?
- Problemet er at ${}^{1}/_{3} = {}^{2}/_{6}$. Så

$$(-8)^{1/3} = (-8)^{2/6}$$

Negative grunntall

- Vi har $(-2)^{1/2} = \sqrt{-2}$, så definisjonen gir ikke alltid mening.
- Men hva med $(-8)^{1/3}$? Det burde vel være $\sqrt[3]{-8} = -2$?
- Problemet er at $1/3 = 2/6$. Så

$$(-8)^{1/3} = (-8)^{2/6} = \left(\sqrt[6]{-8}\right)^2.$$

Negative grunntall

- Vi har $(-2)^{1/2} = \sqrt{-2}$, så definisjonen gir ikke alltid mening.
- Men hva med $(-8)^{1/3}$? Det burde vel være $\sqrt[3]{-8} = -2$?
- Problemet er at $1/3 = 2/6$. Så

$$(-8)^{1/3} = (-8)^{2/6} = \left(\sqrt[6]{-8}\right)^2.$$

Men sjetteroten av -8 finnes ikke!

Negative grunntall

- Vi har $(-2)^{1/2} = \sqrt{-2}$, så definisjonen gir ikke alltid mening.
- Men hva med $(-8)^{1/3}$? Det burde vel være $\sqrt[3]{-8} = -2$?
- Problemet er at $1/3 = 2/6$. Så

$$(-8)^{1/3} = (-8)^{2/6} = \left(\sqrt[6]{-8}\right)^2.$$

  Men sjetteroten av -8 finnes ikke!
- Muligens enda verre:

$$(-8)^{1/3}$$

Negative grunntall

- Vi har $(-2)^{1/2} = \sqrt{-2}$, så definisjonen gir ikke alltid mening.
- Men hva med $(-8)^{1/3}$? Det burde vel være $\sqrt[3]{-8} = -2$?
- Problemet er at ${}^1\!/_3 = {}^2\!/_6$. Så

$$(-8)^{1/3} = (-8)^{2/6} = \left(\sqrt[6]{-8}\right)^2.$$

  Men sjetteroten av -8 finnes ikke!
- Muligens enda verre:

$$(-8)^{1/3} = (-8)^{2/6}$$

Negative grunntall

- Vi har $(-2)^{1/2} = \sqrt{-2}$, så definisjonen gir ikke alltid mening.
- Men hva med $(-8)^{1/3}$? Det burde vel være $\sqrt[3]{-8} = -2$?
- Problemet er at ${}^1\!/_3 = {}^2\!/_6$. Så

$$(-8)^{1/3} = (-8)^{2/6} = \left(\sqrt[6]{-8}\right)^2.$$

  Men sjetteroten av -8 finnes ikke!
- Muligens enda verre:

$$(-8)^{1/3} = (-8)^{2/6} = \sqrt[6]{(-8)^2}$$

Negative grunntall

- Vi har $(-2)^{1/2} = \sqrt{-2}$, så definisjonen gir ikke alltid mening.
- Men hva med $(-8)^{1/3}$? Det burde vel være $\sqrt[3]{-8} = -2$?
- Problemet er at $1/3 = 2/6$. Så

$$(-8)^{1/3} = (-8)^{2/6} = \left(\sqrt[6]{-8}\right)^2.$$

  Men sjetteroten av -8 finnes ikke!
- Muligens enda verre:

$$(-8)^{1/3} = (-8)^{2/6} = \sqrt[6]{(-8)^2} = \sqrt[6]{64}$$

Negative grunntall

- Vi har $(-2)^{1/2} = \sqrt{-2}$, så definisjonen gir ikke alltid mening.
- Men hva med $(-8)^{1/3}$? Det burde vel være $\sqrt[3]{-8} = -2$?
- Problemet er at $1/3 = 2/6$. Så

$$(-8)^{1/3} = (-8)^{2/6} = \left(\sqrt[6]{-8}\right)^2.$$

  Men sjetteroten av -8 finnes ikke!
- Muligens enda verre:

$$(-8)^{1/3} = (-8)^{2/6} = \sqrt[6]{(-8)^2} = \sqrt[6]{64} = 2.$$

Negative grunntall

- Vi har $(-2)^{1/2} = \sqrt{-2}$, så definisjonen gir ikke alltid mening.
- Men hva med $(-8)^{1/3}$? Det burde vel være $\sqrt[3]{-8} = -2$?
- Problemet er at $1/3 = 2/6$. Så

$$(-8)^{1/3} = (-8)^{2/6} = \left(\sqrt[6]{-8}\right)^2.$$

  Men sjetteroten av -8 finnes ikke!
- Muligens enda verre:

$$(-8)^{1/3} = (-8)^{2/6} = \sqrt[6]{(-8)^2} = \sqrt[6]{64} = 2.$$

  Vi opphøyer derfor aldri negative tall i brøker.

Regning med brøk-eksponenter

Å skrive om røtter som potenser gjør noen ganger utregning lettere.

Eksempel

Vi skal regne ut $\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[6]{25}$. Vi får

$$\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[6]{25}$$

Regning med brøk-eksponenter

Å skrive om røtter som potenser gjør noen ganger utregning lettere.

Eksempel

Vi skal regne ut $\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[6]{25}$. Vi får

$$\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[6]{25} = 25^{1/3} \cdot 25^{1/6}$$

Regning med brøk-eksponenter

Å skrive om røtter som potenser gjør noen ganger utregning lettere.

Eksempel

Vi skal regne ut $\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[6]{25}$. Vi får

$$\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[6]{25} = 25^{1/3} \cdot 25^{1/6} = 25^{1/3+1/6}$$

Regning med brøk-eksponenter

Å skrive om røtter som potenser gjør noen ganger utregning lettere.

Eksempel

Vi skal regne ut $\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[6]{25}$. Vi får

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[6]{25} &= 25^{1/3} \cdot 25^{1/6} = 25^{1/3+1/6} \\ &= 25^{2/6+1/6}\end{aligned}$$

Regning med brøk-eksponenter

Å skrive om røtter som potenser gjør noen ganger utregning lettere.

Eksempel

Vi skal regne ut $\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[6]{25}$. Vi får

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[6]{25} &= 25^{1/3} \cdot 25^{1/6} &&= 25^{1/3+1/6} \\ &= 25^{2/6+1/6} &&= 25^{3/6}\end{aligned}$$

Regning med brøk-eksponenter

Å skrive om røtter som potenser gjør noen ganger utregning lettere.

Eksempel

Vi skal regne ut $\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[6]{25}$. Vi får

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[6]{25} &= 25^{1/3} \cdot 25^{1/6} &&= 25^{1/3 + 1/6} \\ &= 25^{2/6 + 1/6} &&= 25^{3/6} \\ &= 25^{1/2} \end{aligned}$$

Regning med brøk-eksponenter

Å skrive om røtter som potenser gjør noen ganger utregning lettere.

Eksempel

Vi skal regne ut $\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[6]{25}$. Vi får

$$
\begin{aligned}
\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[6]{25} &= 25^{1/3} \cdot 25^{1/6} &&= 25^{1/3+1/6} \\
&= 25^{2/6+1/6} &&= 25^{3/6} \\
&= 25^{1/2} &&= \sqrt{25}
\end{aligned}
$$

Regning med brøk-eksponenter

Å skrive om røtter som potenser gjør noen ganger utregning lettere.

Eksempel

Vi skal regne ut $\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[6]{25}$. Vi får

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[6]{25} &= 25^{1/3} \cdot 25^{1/6} &&= 25^{1/3+1/6} \\ &= 25^{2/6+1/6} &&= 25^{3/6} \\ &= 25^{1/2} &&= \sqrt{25} \\ &= 5. \end{aligned}$$

Regning med brøk-eksponenter

Å skrive om røtter som potenser gjør noen ganger utregning lettere.

Eksempel

Vi skal regne ut $\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[6]{25}$. Vi får

$$\begin{aligned}
\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[6]{25} &= 25^{1/3} \cdot 25^{1/6} &&= 25^{1/3+1/6} \\
&= 25^{2/6+1/6} &&= 25^{3/6} \\
&= 25^{1/2} &&= \sqrt{25} \\
&= 5.
\end{aligned}$$

Det er også mange andre grunner til at vi vil kunne skrive om rot til eksponent, de kommer vi til i senere kapitler.

OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY
STORBYUNIVERSITETET