Potenser

Nikolai Bjørnestøl Hansen

OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY
STORBYUNIVERSITETET

Foto: Ronny Østnes / OsloMet

1 Rasjonale uttrykk

2 **Potenser**

- Ganging og deling av potenser
- Potenser med ikke-positiv eksponent

3 Flere potensregler

Hva er potenser?

Definisjon

En potens er et tall på formen

$$a^n.$$

Tallet a kalles grunntallet og tallet n kalles eksponenten.

- Om jeg skriver 2^5 så mener jeg $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$.
- Snart kommer vi til å lære hva det betyr hvis n ikke er positiv.
- I Kapittel 1.9 kommer vi til å lære hva det betyr hvis n er en brøk.

Ganging og deling av potenser

Ganging av potenser

Hvis vi skal gange sammen 2^5 og 2^3 får vi

$$2^5 \cdot 2^3 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{2^5} \cdot \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{2^3} = 2^8 = 2^{5+3}.$$

Dette viser oss at dette er en rimelig regel:

Regel

Om vi har to potenser med samme grunntall, og ganger dem sammen, så får vi svaret ved å plusse sammen eksponentene. Matematisk:

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}.$$

Deling av potenser

Hvis vi skal dele 2^5 på 2^3 får vi

$$\frac{2^5}{2^3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot \cancel{2 \cdot 2 \cdot 2}}{\cancel{2 \cdot 2 \cdot 2}} = 2^2 = 2^{5-3}$$

Dette gir oss følgende regel:

Regel

Om vi har to potenser med samme grunntall, og skal dele den ene på den andre, så får vi svaret ved å trekke nevnerens eksponent fra tellerens. Matematisk:

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}.$$

Potenser med ikke-positiv eksponent

Potenser med ikke-positiv eksponent

Delings-regelen fra forrige side stemmer kun dersom $n > m$. For hvis m er større enn n ender vi opp med negative eksponenter på høyresiden av likningen.

Eksempel

$$\frac{2^3}{2^5} = 2^{3-5} = 2^{-2}$$

Å skrive 2^{-2} gir ikke mening. Hva vil det si å gange 2 med seg selv -2 ganger? Hva om vi ikke lar det stoppe oss? Hva om vi gir det mening ved hjelp av denne formelen?

Å opphøye i 0

Hva vil det si å gange et tall med seg selv null ganger? La oss se hva svaret burde bli.

Eksempel

$$2^0 = 2^{1-1} = \frac{\cancel{2}}{\cancel{2}} = 1.$$

Dette kan vi gjøre med alle tall, ikke bare 2. Den generelle regelen er:

$$a^0 = 1.$$

Å opphøye i negative tall

La oss prøve å finne ut av hva 4^{-2} burde være ved hjelp av delingsregelen for potenser.

Eksempel

$$4^{-2} = 4^{1-3} = \frac{\cancel{4}}{4 \cdot 4 \cdot \cancel{4}} = \frac{1}{4^2}.$$

Dette kan igjen gjøres med alle mulige tall. Den generelle regelen er:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}.$$

Potensregler for ikke-positive eksponenter

Vi har nettopp fått disse to reglene:

Regel

Om du opphøyer et tall i 0 *får du 1. Matematisk:*

$$a^0 = 1.$$

Regel

Om du opphøyer et tall i et negativt tall, så bytt fortegn på eksponenten, og del 1 *på dette. Matematisk:*

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Det vanskelige tilfellet 0^0

- Om vi opphøyer 0 i hva som helst, så får vi jo 0. Vi har
$$0^n = 0.$$
- Om vi opphøyer hva som helst i 0, så får vi 1. Vi har
$$a^0 = 1.$$
- Så har vi $0^0 = 0$ eller $0^0 = 1$?
- Begge deler virker problematisk, så vi løser dette problemet ved å love å aldri regne ut 0^0.
  - Litt samme som at vi aldri deler på 0.
  - (Jeg mener at svaret burde være 1.)

Ganging og deling av potenser, eksempel

Vi bruker ofte potensreglene når vi skal forenkle rasjonale uttrykk med ubestemte.

Eksempel

Vi vil forenkle uttrykket $\frac{3^4x^3y^{-2}x^{-2}}{3^2y^2x^{-1}}$.
Vi får:

$$\begin{aligned}
\frac{3^4x^3y^{-2}x^{-2}}{3^2y^2x^{-1}} &= \frac{3^4}{3^2}\cdot\frac{x^3x^{-2}}{x^{-1}}\cdot\frac{y^{-2}}{y^2} \\
&= 3^{4-2}\cdot x^{3+(-2)-(-1)}\cdot y^{-2-2} \\
&= 3^2\cdot x^2\cdot y^{-4} \\
&= \frac{9x^2}{y^4}
\end{aligned}$$

OSLO METROPOLITAN UNIVERSITY
STORBYUNIVERSITETET